Examen Physique : *Electromagnétisme (1h30)*

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif. Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. Questions de cours (5 points – pas de points négatifs pour le QCM).

1. Si on place une charge q, positive, dans l'espace alors les lignes de champs électriques :
   a. Sont entrantes
   b. Sont sortantes
   c. Forment des cercles concentriques autour de la charge
   d. Aucune des réponses précédentes

2. Le potentiel électrostatique $V(M)$ à un point M(r,0) d'une charge q placée en un point (0,0) de l'espace est défini de la manière suivante :
   a. $V(M) = \frac{kq}{r^2}$
   b. $V(M) = \frac{kq}{r}$
   c. $V(M) = \frac{kq^2}{r}$
   d. $V(M) = \frac{kq^2}{r^2}$

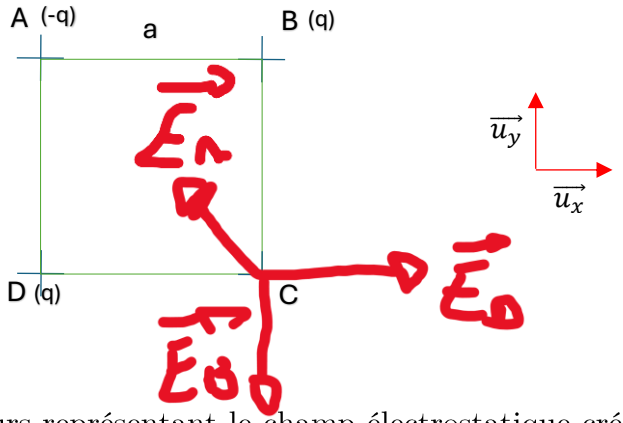
3. L'unité du potentiel électrostatique est :
   a. Le Volt
   b. Le Coulomb
   c. Le Volt par mètre
   d. L'ampère

4. La célérité d'une onde peut se calculer à partir de la formule :
   a. $c = \lambda \times f$
   b. $c = \frac{\lambda}{f}$
   c. $c = \lambda - f$
   d. $c = \frac{f}{\lambda}$

5. L'unité de la célérité d'une onde est :
   a. Le mètre
   b. La seconde
   c. Le mètre par seconde
   d. Le Hertz

Exercice 2 : Distribution discrète (7 pts)

Trois charges sont réparties dans l'espace de la manière suivante : le point A porte la charge **-q**, les points B et D portent chacun une charge **q**, et l'ensemble ABCD forme un carré de côté **a**.



1. Ajouter sur le schéma les vecteurs représentant le champ électrostatique créé par chacune des trois charges au point C. (1pt) **(–0,5pt par faute)**
2. Donner l'expression des champs électrostatiques créés par chacune des trois charges au point C, $\overrightarrow{E_A(C)}$, $\overrightarrow{E_B(C)}$ et $\overrightarrow{E_D(C)}$ en fonction de la constante **k**, de la charge **q**, de la distance **a** et des vecteurs unitaires $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$.(3pts)

$$\overrightarrow{E_A}(C) = \begin{pmatrix} -\frac{kq}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{kq}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} ; \overrightarrow{E_B}(C) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{kq}{a^2} \end{pmatrix} ; \overrightarrow{E_D}(C) = \begin{pmatrix} \frac{kq}{a^2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Donner l'expression du champ électrostatique total au point C en fonction de la constante **k**, de la charge **q** et de la distance **a**. (2pts)

$$\vec{E}(C) = \begin{pmatrix} -\frac{kq}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{kq}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2kq}{2a^2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2kq}{2a^2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{kq}{2a^2}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ \frac{kq}{2a^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\right) \end{pmatrix}$$

4. Donner l'expression de la norme du champ électrostatique total au point C en fonction de la constante **k**, de la charge **q** et de la distance **a**. (1pt)

$$\|\vec{E}(C)\| = \frac{kq}{2a^2}\sqrt{\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\right)^2} = \frac{kq}{2a^2}\sqrt{4 + \frac{1}{2} - 2\sqrt{2} + 4 + \frac{1}{2} - 2\sqrt{2}} = \frac{kq}{2a^2}\sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$$

Exercice 3 : Spectromètre de masse : (8 pts)

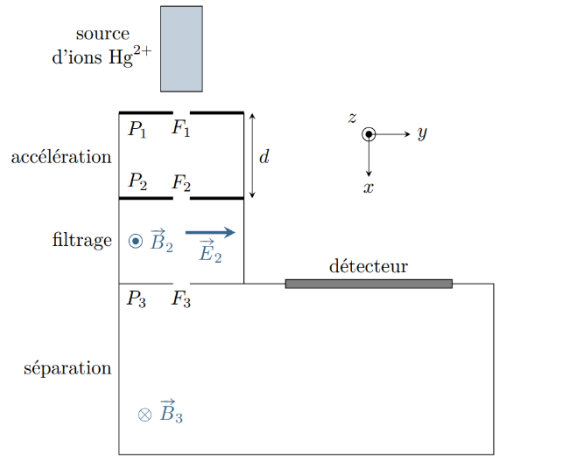


Figure 1 : Spectromètre de masse
(Source: https://www.etienne-thibierge.fr/)

Dans le dispositif étudié ici, une source émet des isotopes d'ions mercure ${}^{200}_{80}Hg^{2+}$ et ${}^{202}_{80}Hg^{2+}$.

Les deux ions ont la même charge, mais leur masse diffère : c'est donc elle que le spectromètre permet de déterminer. Ces ions entrent dans le spectromètre de masse par la fente F_1. Le spectromètre se compose de trois cavités : cavité d'accélération, de filtrage en vitesse puis de séparation des ions. Une barrette de capteurs de charge est placée dans la chambre de séparation. On mesure ainsi la charge ayant impacté chaque point du détecteur en fonction de son abscisse y.

Un ion mercure, de masse m et charge q=2e entre dans le spectromètre par la fente F_1. On néglige sa vitesse initiale. Une tension U appliquée entre les plaques P_1 et P_2 séparées de **d** permet de l'accélérer jusqu'à la fente F_2.

1. Quel doit être le sens du champ E_1 appliqué dans la cavité d'accélération ? Justifier. (1 pt)

Comme les ions sont positifs et qu'on veut que les ions accélèrent de F1 à F2 il faut que E soit selon + ux

2. Donner l'expression littérale de la force de Lorentz dans le cas général. La simplifier dans le cas où la particule est dans la cavité d'accélération. (2 pts)

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} = q\vec{E}$$
(1pt) (1pt)

3. Etablir l'expression littérale de la vitesse v de l'ion lorsqu'il atteint la plaque P_2. On rappelle que l'énergie cinétique vaut : $E_c = \frac{1}{2} m.v^2$ ainsi que l'expression de l'énergie potentielle associée à la force de Lorentz : $E_p = qV$ dans la zone d'accélération (1 pts)

On applique le théorème de l'énergie mécanique entre F_1 et F_2. La force de Lorentz étant conservative et le poids négligeable devant elle, on a :

$$E_{c,i} + E_{p,i} = E_{c,f} + E_{p,f}$$

$$0 + qV_{F1} = \frac{1}{2}mv^2 + qV_{F2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

Pour mesurer la composition isotopique du mercure, on règle la valeur de E_2 pour permettre le passage de l'isotope 200 pendant une minute puis on change sa valeur pour que l'isotope 202 passe pendant une minute. La valeur de B_2 reste constante tout au long de l'opération.
Une fois sorti de la zone de filtrage par la fente F_3 avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0.\overrightarrow{e_x}$, l'ion pénètre dans une région où il ne règne qu'un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_3} = -B_3.\overrightarrow{e_z}$ valant 200 mT. Ce champ magnétique donne à l'ion une trajectoire qu'on admet être circulaire, et après avoir parcouru un demi-tour il atteint le détecteur en un point d'abscisse y.

4. Quel est l'orientation du champ magnétique ? Dans quel sens la particule est-elle déviée ? Justifier en exprimant la force de Lorentz en F_3 dans la zone de séparation. (2 pts)

Le champ B est selon -uz. (marqué dans l'énoncé, sur la figure, règle de la main droite...). (0,5pt)
La particule est déviée vers + uy / vers le détecteur (0,5pt)

Evidemment, c'est mieux en coord. Pol.

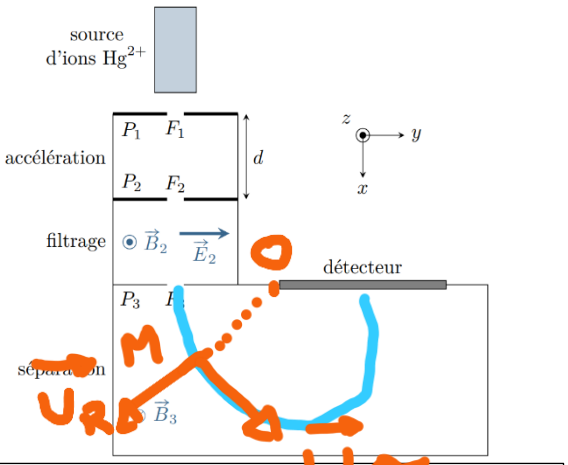


Figure 2 : Spectromètre de masse
(Source: https://www.etienne-thibierge.fr/)

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\begin{pmatrix}0\\v\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\0\\-B\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}qvB\\0\\0\end{pmatrix}$$

(1pt)

5. Déterminer littéralement le rayon R de la trajectoire de l'ion en fonction de $\mathbf{v_0}$ **et** $\mathbf{B_3}$. On rappelle que $\vec{a} = -\frac{v^2}{R}\,\vec{e}_r$ (2 pts)

En appliquant le PFD :

$$-m\frac{v^2}{R}\,\vec{e}_r = q\vec{v} \wedge \vec{B} = qv\vec{e}_\theta \wedge B\vec{e}_z = qvB\vec{e}_r$$

(1pt)

$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$
$$R = \frac{mv}{qB}$$

On obtient au final :

$$R_{200} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_{200}U}{q}} \qquad et \qquad R_{202} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_{220}U}{q}}$$

(1pt)