Physique : S2
Partie 1 : Electromagnétisme

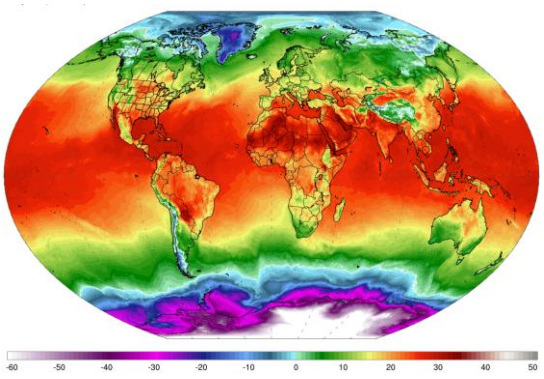
I. Introduction :

L'électromagnétisme est une branche de la physique qui fait le lien entre les phénomènes électriques et magnétiques. Bien que les grecs avaient déjà découvert des matériaux aux propriétés électrique, notamment l'ambre (elektron en grec) qui a pour particularité d'attirer à elle des petits bouts de fer, c'est seulement vers 1820 avec les travaux d'Oersted que l'électricité et le magnétisme firent un seul domaine. En effet il montra qu'un courant électrique traversant un fil est capable de faire bouger l'aiguille d'une boussole.

Les physiciens cherchèrent donc à modéliser mathématiquement les liens qui unissent ces deux branches : c'est le physicien Maxwell qui proposa une liste de 20 équations en premier. Il les simplifia en une suite de 8 équations puis Heaveside réussit l'exploit de les synthétiser en seulement 4 équations, surnommées, équation de Maxwell.

1. Quelques définitions :

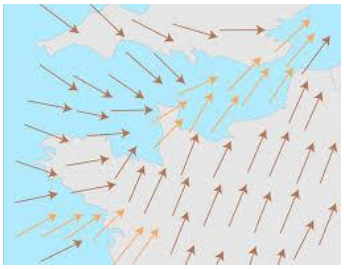
Définition 1 : Champ scalaire



En physique, un champ est une grandeur définie en tout point M de l'espace et qui dépends a priori du temps. Un champ est dit scalaire quand la grandeur associée est un scalaire, c'est-à-dire, un nombre.

Par exemple, le champ de température, défini sur une carte géographique est un champ scalaire : à tout point de l'espace, on associe un nombre : une température.

Définition 2 : Champ vectoriel



Un champ vectoriel est un champ qui associe en tout point M de l'espace un vecteur. C'est le cas de la carte des vents.

A chaque point M est associé une norme, une direction et un sens.

2. Notion de champ électrique et loi de Coulomb :

Il y a plus de 2 600 ans, les savants grecs avaient déjà constaté que l'ambre frottée avec une fourrure avait la faculté d'attirer les corps légers tels que les cheveux. À la fin du XVIIIe siècle, l'idée que les charges produisent une force de type newtonien (en $1/r^2$) était une hypothèse séduisante mais difficile à prouver expérimentalement.

C'est Coulomb en 1785 qui trouve une relation mathématique permettant d'exprimer la force qui s'exerce entre deux particules chargées. Pour cela, il accroche une boule de sureau (B) à une tige isolante fixe et approche une autre boule (A) à proximité de la première. Il électrise les deux boules afin de leur donner une charge électrique, ce qui a pour effet de créer une force répulsive : les boules s'éloignent. Il fait varier l'angle entre les deux boules et mesure la force répulsive : ses résultats confirment une interaction en $1/r^2$.

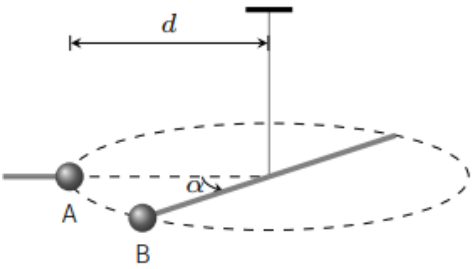


Figure 1 : Expérience de Coulomb
(Source : www.femto-physique.fr)

Formule 1 : Loi de Coulomb

La loi de Coulomb s'énonce de la manière suivante : $\vec{F}_{12} = k\frac{q_1.q_2}{r^2}\vec{u}_{12}$

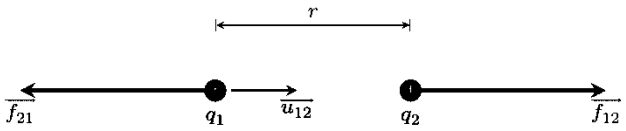


Figure 2 : Loi de Coulomb
(Source : www.femto-physique.fr)

- $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}987.10^9$ N m^2 C^{-2}
- q_1 et q_2 sont les charges des particules (C)
- r est la distance entre les particules (m)

En électrostatique, où les charges ne se déplacent pas, nous avons tendance à préférer parler de champ électrique : l'idée est de regarder ce qu'il se passerai s'il n'y avait qu'une charge dans l'espace, puis, qu'on en ajoutait une nouvelle. C'est exactement comme en mécanique où on parle de champ gravitationnel. Faisons un petit détour !

La force gravitationnelle s'exprime de la manière suivante :

$$\vec{F}_{12} = G\frac{m_1.m_2}{r^2}\vec{u}_{12}$$

Nous pouvons déjà remarquer l'incroyable ressemblance avec la force de Coulomb ! Dans cette équation G est la constante de la gravitation universelle, et si on étudie le champ gravitationnel d'un objet précis, sur le sol terrestre, , on pourrait fixer : $m_1 = m_{Terre} = cte$ et $r = r_{Terre}$. Au final, on peut réécrire, en rassemblant les constantes, l'équation de la façon suivante :

$$\vec{F}_{12} = m_2.\vec{g} \qquad \text{où} \qquad \vec{g} = -G\frac{m_1}{r^2}\vec{u}_{12}$$

Il en est de même avec la force électrique :

$$\vec{F}_{12} = \vec{E}.q_2 \qquad où \qquad \vec{E} = k\frac{q_1}{r^2}\vec{u}_{12}$$

Dans la première équation, $\vec{g}$ est le champ gravitationnel à la surface de la Terre. Dans l'équation ci-dessus, $\vec{E}$ désigne le champ électrique créé par la charge q_1.



Figure 3 : Exemple de champs vectoriels

Comme le champ électrique est un champ vectoriel, nous devon utiliser les bonnes notations :

- $\overrightarrow{E_1}(M)$ désigne un champ électrique (exprimé en N/C ou V/m) créé en un point M par une charge 1.
- $\left\|\overrightarrow{E_1}(M)\right\|$ désigne la norme du champ évoqué précédemment
- E_x, E_y, E_z désignent les composantes du champ électrique dans un système de coordonnées cartésien

Il est aussi important de bien avoir en tête que tout comme le champ gravitationnel créé par la Terre ne l'affecte pas elle-même, le champ électrique créé par une charge n'a pas d'influence sur elle-même. Ce qui nous importe est de voir l'influence qu'elle a sur le monde extérieur. Notons par ailleurs que contrairement aux masses qui sont forcément positives, les charge peuvent être négatives. Ainsi la force gravitationnelle et toujours attractive tandis que la force électrique peut aussi bien être attractive que répulsive.

3. Carte du champ électrique :

Nous pouvons réaliser une carte du champ électrique créé par une ou plusieurs charges. Pour cela, nous avons besoin de définir le concept de ligne de champ.

Définition 3 : Ligne de champ

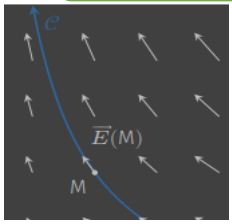


Figure 4 : ligne de champ (Source : www.femto-physique.fr)

Une ligne de champ est une courbe orientée qui a toujours la même direction que le champ vectoriel associé. D'un point de vue mathématique, si on note $\overrightarrow{dl}$ un déplacement élémentaire sur la ligne de champ, on a :

$$\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{E_1} = \vec{0}$$

Si on place une charge seule dans l'espace, le champ électrique obtenu est radial, ce qui est cohérent avec la formule énoncée par Coulomb. Le sens du champ électrique dépend uniquement du signe de la charge : il sera sortant si la charge est positive, rentrant si elle est négative. (5a, 5b). Dans le cas où deux charges de signe opposé sont présentes dans l'espace, les lignes de champ partent de la charge positive vers la charge négative sans jamais se refermer. (5c) Enfin, si les charges présentes sont de même signe alors on voit que les lignes de champ tendent à devenir parallèle à équidistance des deux charges. (5d)

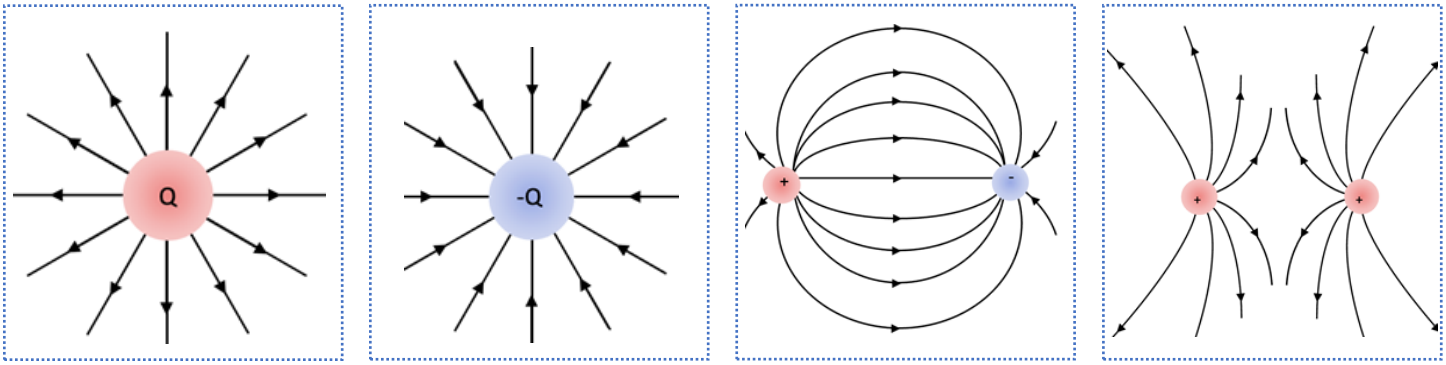


Figure 5: Lignes de champ dans quelques cas classiques. De gauche à droite : 5a, 5b, 5c et 5d. (Source : https://www.physicsclassroom.com/)

II. Distribution de charge : champ électrique et potentiel :

1. Principe de superposition :

On nomme distribution de charge le fait qu'un certain nombre de charges se retrouve dans l'espace. Cette distribution peut être discrète, c'est-à-dire que les charges sont séparées les unes des autres, ou continue dans le cas où les charges sont accolées.

Chaque charge va créer un champ électrique autour d'elle : le principe de superposition stipule que le champ résultant n'est rien d'autre que la somme vectorielle des contributions de chaque particule, vue comme si elle était seule. Ainsi, pour calculer le champ résultant, il suffit de calculer le champ créé par chacune des charges puis à en faire la somme. On peut voir cela en regardant la figure 5, notamment en analysant les images (3) et (4) à l'aide des images (1) et (2).

2. Notion de plan de symétrie et d'antisymétrie :

Une distribution de charges admet un plan de symétrie Π si la distribution de charges obtenue par symétrie par rapport à Π lui est en tout point identique. (Voir fig. 6a et 6b). Une distribution de charges admet un plan d'antisymétrie Π^* si la distribution de charges obtenue par symétrie par rapport à Π^* lui est en tout point opposée. (Voir fig. 6c et 6d)

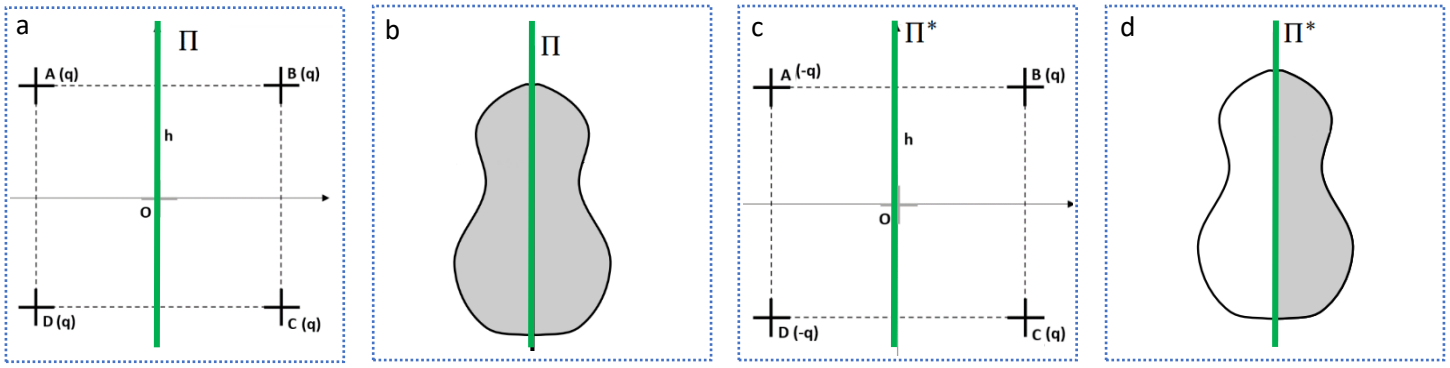
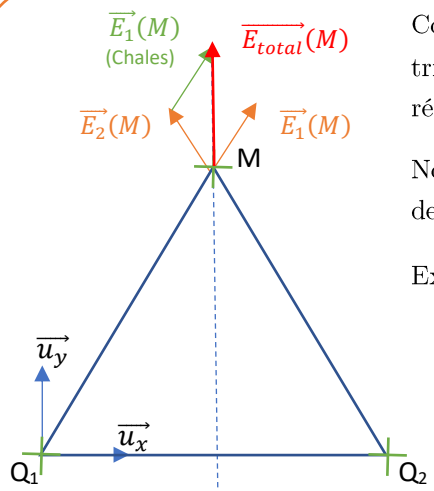


Figure 6 : Plans de symétries (a,b) et d'antisymétrie (c,d). (Ils en existent plusieurs dans certains cas, à vous de les chercher !)

3. Application du principe de superposition :

Exemple 1 : Principe de superposition



Considérons le cas où $Q_1 = Q_2 = Q > 0$ sont placées aux coins d'un triangle équilatéral de côté r. Nous voudrions calculer le champ résultant au point M.

Nous pouvons d'ores et déjà remarquer qu'il existe un axe de symétrie de la répartition des charges représenté en pointillés.

Exprimons les champs $\overrightarrow{E_1}$ et $\overrightarrow{E_2}$:

$$\overrightarrow{E_1}(M) = \begin{pmatrix} \frac{kQ}{r^2}\cos(60) \\ \frac{kQ}{r^2}\sin(60) \end{pmatrix} et\ \overrightarrow{E_2}(M) = \begin{pmatrix} -\frac{kQ}{r^2}\cos(60) \\ \frac{kQ}{r^2}\sin(60) \end{pmatrix}$$

Additionnons les contributions :

$$\overrightarrow{E_{total}}(M) = \overrightarrow{E_1}(M) + \overrightarrow{E_2}(M) = \begin{pmatrix} \frac{kQ}{r^2}\cos(60) - \frac{kQ}{r^2}\cos(60) \\ \frac{kQ}{r^2}\sin(60) + \frac{kQ}{r^2}\sin(60) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\frac{kQ}{r^2}\sin(60) \end{pmatrix}$$

Nous pouvons remarquer que les contributions sur l'axe des x s'annulent, et que les contributions sur l'axe de y s'additionnent. C'est en cohérence avec l'axe de symétrie, puisque que nous retrouvons le même résultat en appliquant la relation de Chales avec les vecteurs $\overrightarrow{E_1}(M)\ et\ \overrightarrow{E_2}(M)$. (voir figure)

4. Notion d'énergie électrostatique :

Si nous avons une charge ponctuelle q dans l'espace, et nous voulons en rapprocher une 2ème charge, à une certaine distance r de celle-ci, cela nous coûtera de l'énergie pour le faire à cause de la force répulsive Coulomb (en supposant que les 2 charges ont le même signe).

On peut montrer que, dans le cas des charges ponctuelles, cette énergie est donnée par :

(Attention, l'énergie évolue comme 1/r et non comme $1/r^2$ comme le champ E)

Formule 2 : Energie électrostatique

Il existe une énergie électrostatique telle que :

$$E_{pe} = k.\frac{qq'}{r}$$

L'énergie électrostatique est proportionnelle à 1/r et non $1/r^2$ comme le champ électrostatique.

5. Notion de potentiel électrostatique :

Dans la première section, nous avons défini le champ électrique $\vec{E}$ autour d'une charge q comme un champ qui illustre la force $\vec{F}$ qui s'exerçait sur une charge supplémentaire q' à la distance r

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'}$$

De même, on peut définir un potentiel V qui illustre l'énergie d'ajout d'une autre charge q' à la distance r :

$$V = \frac{E_{pe}}{q'}$$

Attention, V et Epe sont désormais des quantités scalaires. De plus notez que cette expression n'est valable que pour des charges ponctuelles.

Formule 3 : Potentiel électrostatique

Le potentiel électrostatique est défini par la relation :

$$V(M) = \frac{kq}{r}$$

Son unité est le Volt, noté V.

La force étant conservative il est possible de définir une grandeur nommée potentiel, telle que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\left(\frac{kq}{r}\right) = -\overrightarrow{grad}\, V$$

Où $\overrightarrow{grad}$ est une opérateur mathématique nommé gradient. Il s'applique à une fonction scalaire de l'espace, c'est-à-dire, un champ scalaire, et retourne une fonction vectorielle de l'espace, c'est-à-dire, un champ vectoriel. Son expression en coordonnées cartésienne est la suivante :

$$\overrightarrow{grad}\, f(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}\overrightarrow{u_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\overrightarrow{u_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{u_z}$$

Le potentiel électrostatique présente l'avantage d'être une grandeur scalaire, facile à manipuler, notamment sous forme de graphique. En général, on représente sur une carte de potentiels les équipotentielles, c'est-à-dire des courbes de niveau correspondant à une unique valeur de potentiel, comme on le fait sur les cartes topographiques pour les reliefs. En voici un exemple pour un potentiel en 2D :

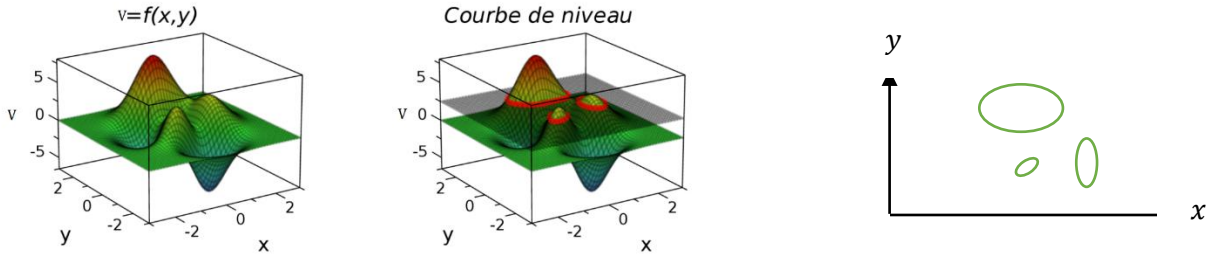


Figure 7 : Représentation du potentiel (à gauche), d'une coupe avec une équipotentielle V=2,5Volts (au milieu) et une vue 2D (à droite) de cette coupe, vue de haut

Ce type de courbe est par exemple très utilisé en chimie quantique où on représente le potentiel électrique d'une molécule afin de comprendre ses interactions potentielles avec d'autres molécules. La molécule d'ammoniac NH_3 et ses ions NH_2^- et NH_4^+ (fig 8). On voit notamment que l'ion NH_4^+ est très peu polaire, c'est-à-dire que les différences de potentiel sont faibles, que la molécule d'ammoniac NH_3 l'est un peu et que l'ion NH_2^- l'est beaucoup.

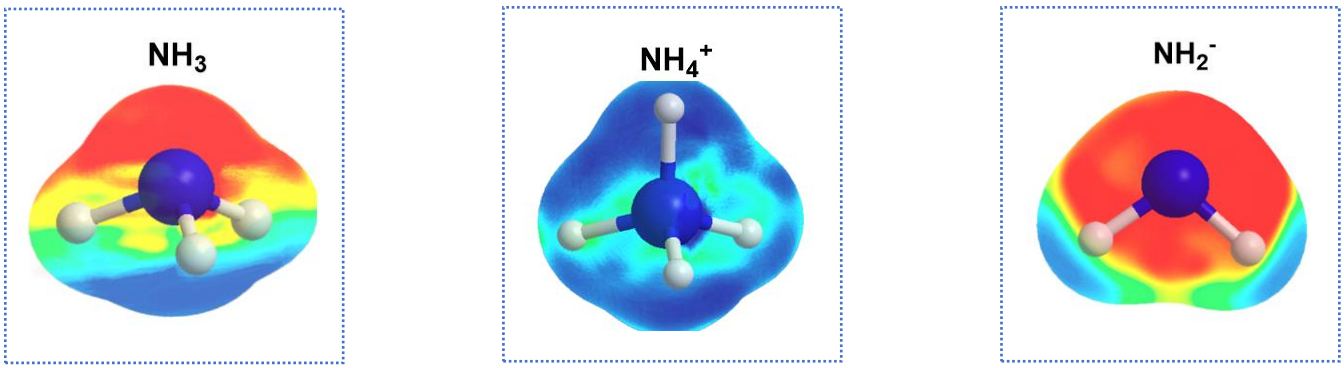


Figure 8 : Représentation du potentiel pour quelques molécules. (source : https://www.pearson.com)

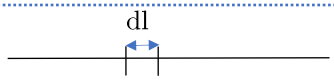
6. Les distributions continues :

a. La distribution linéique de charges.

On parle de distribution linéique de charges quand les charges sont distribuées sur un fil. On note λ la densité linéique de charge (Unité : $C.m^{-1}$), c'est-à-dire la quantité de charges électriques que l'on croise en parcourant 1m de fil. Si l'on parcourt une distance dl de fil, on croisera une quantité dQ de charge électrique. Pour calculer la charge totale portée par le fil il faut donc intégrer de la manière suivante :

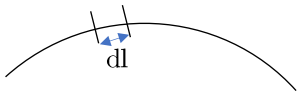
$$Q = \int_{\mathcal{C}} \lambda . dl$$

On distingue principalement 2 cas :



Elément de longueur :

$dl = dx$



Elément de longueur :

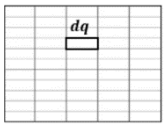
$dl = R.d\theta$

b. La distribution surfacique de charges.

On parle de distribution surfacique de charges quand les charges sont distribuées sur une surface. On note σ la densité surfacique de charge. (Unité : C.m^{-2}) c'est-à-dire la quantité de charges électriques que l'on croise en parcourant 1m² de surface. On a cette fois ci :

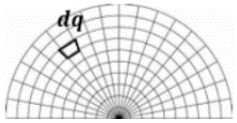
$$Q = \iint \sigma . dS$$

On distingue principalement 2 cas :



Elément de surface :

$d^2S = dxdy$



Elément de surface :

$d^2S = rdrd\theta$

c. La distribution volumique de charges.

On parle de distribution volumique de charges quand les charges sont distribuées dans un volume. On note ρ la densité volumique de charge. (Unité : C.m^{-3}) c'est-à-dire la quantité de charges électriques que l'on croise en parcourant 1m³ de volume. On a cette fois ci :

$$Q = \iiint \rho . dV$$

III. Champ magnétique et interaction avec une charge électrique :

1. Généralités :

La présence du champ magnétique se traduit par l'existence d'une force agissant sur les charges électriques en mouvement nommée force de Lorentz. Les différentes sources de champ magnétique $\vec{B}$ sont :

- Les aimants permanents
- Le courant électrique, c'est-à-dire le déplacement d'ensemble de charges électriques,
- La variation temporelle d'un champ électrique

Le champ magnétique se mesure en Tesla. Voici quelques ordres de grandeur :

- Champ magnétique terrestre : 5.10^{-5} T
- Champ magnétique d'un aimant de frigo : 10^{-2} T
- Champ magnétique d'une IRM : 3 T

Une façon de visualiser le champ magnétique que produit un aimant consiste à disperser autour, de la limaille de fer : les aiguilles de fer s'aimantent puis de comportent comme de petites boussoles qui s'orientent suivant le champ magnétique local.

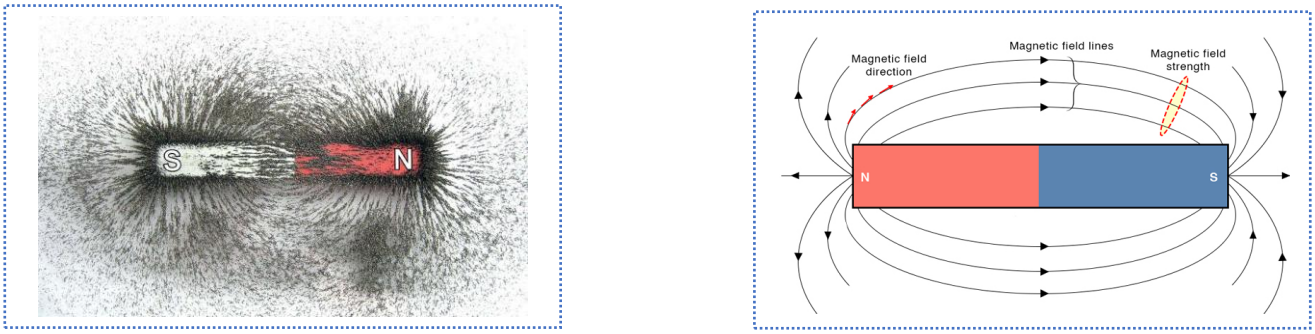


Figure 9 : Aimant sur de la limaille de fer et schéma du champ magnétique (Source : https://www.magnetmanila.com)

2. Force de Lorentz

Pour montrer l'effet de ce champ de force on peut réaliser l'expérience suivante : on utilise un canon à électron qui projette des électrons selon un mouvement rectiligne uniforme. On applique un champ magnétique et on observe que les électrons sont déviés par le champ magnétique. La force responsable de cela porte le nom de force de Lorentz.

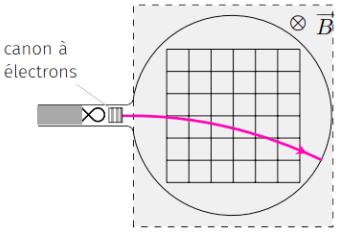


Figure 10 : Expérience de la déviation d'électron par un champ magnétique

Formule 4 : Force de Lorentz

La force de Lorentz traduit l'interaction ayant lieu entre un champ électrique et un champ magnétique. Elle se calcule de la manière suivante :

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

On reconnait dans cette formule la force électrostatique $\vec{F} = q\vec{E}$.

D'ailleurs, dans le cas où la vitesse de la particule est nulle, la force de Lorentz se limite à la seule force électrostatique. La seconde partie de la formule : $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ désigne la force magnétique. (Aide pour le calcul des produits vectoriels)

Cette force a la particularité de ne pas travailler, en effet : $\vec{F}_{Lorentz} \perp \vec{v}$: cette force n'induit pas de changement de vitesse. Néanmoins, cette force incurve la trajectoire d'une particule en changeant sa direction. Cette propriété est d'ailleurs utilisée dans de nombreux outils : spectromètre de masse, accélérateur de particules de type cyclotron. Cela a de très vastes applications :

- En chimie analytique : détermination de la formule brute des molécules;
- En chimie de l'environnement : analyse de l'air et de l'eau ; suivi de la pollution par des pesticides ou des processus industriels.
- En biochimie : identification de protéines (séquençage d'acides aminés) et de micro-organismes ; analyse de gaz sanguins ; pharmacologie ; toxicologie.
- En physique fondamentale : mesure de masse d'atomes stables, création de particule d'haute énergie ;
- En sciences de la Terre : mesure des rapports isotopiques (géologie, océanographie, glaciologie, volcanologie, physique de l'atmosphère, étude des météorites, planétologie, etc.).